

Dr. Michael Herweg - Einführung in die Logik - Uni HD WS 2015/2016 - Übungsklausur 2

Die folgenden Aufgaben sollen Ihnen bei der Vorbereitung auf die Abschlussklausur helfen. Themen und Schwierigkeitsgrade kommen denen in der Abschlussklausur (die allerdings kürzer sein wird!) schon recht nahe.

- (1) Aufgaben zu den mathematischen Grundlagen für die Logikeinführung:
 - (a) Bestimmen Sie das Cartesische Produkt der Mengen $M1 = \{a, b, c, d\}$ und $M2 = \{1, 2, 3, 4\}$.
 - (b) Bestimmen Sie die Relation 'ist (echt) größer als' (d.h. '>') von der Menge $M3 = \{1, 3, 5, 6, 7\}$ in die Menge $M4 = \{2, 4, 6\}$.
 - (c) Definieren Sie und geben Sie ein Beispiel für eine strikte partielle Ordnung (SPO).
 - (d) Definieren Sie und geben Sie ein Beispiel für eine surjektive Funktion.
 - (e) Zeichnen Sie Venn-Diagramme für die folgenden mengentheoretischen Ausdrücke:
 - i. $X \cap (Y \cup Z)$
 - ii. $(X \cap Y) \cup (X \cap Z)$
- (2) Bestimmen Sie mit Hilfe des Wahrheitswerttafel-Verfahrens, ob es sich bei den folgenden wfA um einen tautologischen, kontradiktorischen oder kontingenten Ausdruck handelt.
 - (a) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$
 - (b) $p \wedge q \leftrightarrow \neg p \vee \neg q$
- (3) Prüfen Sie mit der Methode der Quick Falsification, ob es sich bei dem folgenden Ausdruck um eine Tautologie handelt. Kommentieren Sie kurz, aber aussagekräftig jeden Schritt Ihres Nachweises.
$$p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$$
- (4) Prüfen Sie mit Hilfe des Tableau-Verfahrens, ob aus dem wfA $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$ der wfA $(p \rightarrow r)$ folgt. Sie können hierzu wahlweise die Notation von Spies oder die Notation von Partee et al. verwenden.
- (5) Formen Sie den wfA $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)$ in eine Konjunktive und in eine Disjunktive Normalform (KNF, DNF) um.
- (6) Prüfen Sie mit Hilfe der Resolution, ob der wfA $q \rightarrow (p \rightarrow q)$ eine Tautologie ist.
- (7) Führen Sie die folgenden Ableitungen im KNS durch. Kommentieren Sie jeden Ableitungsschritt durch Angabe der verwendeten Schlussregel.
 - (a) $\neg(p \vee q) \quad \vdash \quad \neg p \wedge \neg q$
 - (b) $p \rightarrow q \vee r, \neg r \quad \vdash \quad p \rightarrow q$
- (8) Beweisen Sie die folgenden Lehrsätze im KNS (mit Kommentaren).
 - (a) $\vdash (p \leftrightarrow q) \leftrightarrow (q \leftrightarrow p)$
 - (b) $\vdash p \wedge (q \wedge r) \leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
- (9) Geben Sie für die folgenden Sätze eine möglichst detaillierte Übersetzung in die Sprache der Prädikatenlogik. Geben Sie für alle verwendeten Prädikate und Relationen den Übersetzungsschlüssel an.
 - (a) *Wenn man Probleme hat, dann hilft einem keiner.*
 - (b) *Peter hat alle Aufgaben gelöst, die man ihm gestellt hat.*
- (10) Übersetzen Sie die folgenden Schlüsse in die Prädikatenlogik und zeigen Sie mit Hilfe einer kommentierten Ableitung im KNS die Gültigkeit der Schlüsse.
 - (a)
 - (i) Alle Computerlinguisten sind fleißig.
 - (ii) Peter ist Computerlinguist.
 - (iii) Also: Peter ist fleißig.

- (b)
 - (i) Alle Computerlinguisten sind Linguisten.
 - (ii) Alle Linguisten sind fleißig.
 - (iii) Also: Alle Computerlinguisten sind fleißig.
 - (c)
 - (i) Einige Linguisten sind Computerlinguisten.
 - (ii) Alle Computerlinguisten sind fleißig.
 - (iii) Also: Einige Linguisten sind fleißig
- (11) Definieren Sie in der Sprache der Prädikatenlogik die folgenden logisch-semantischen Relationen und geben Sie jeweils ein sprachliches Beispiel:
- (a) Synonymie
 - (b) Hypo-/Hyperonymie
 - (c) Antonymie
 - (d) Komplementarität
 - (e) Konversen
- (12) Für ein Sprachfragment mit den Individuenkonstanten a, b,c, dem Prädikatsausdruck F und dem Relationsausdruck R sei ein Modell gegeben, dessen Individuenbereich D aus den Zahlen 1, 2 und 3 besteht; die Zahlen werden durch die Individuenkonstanten a, b bzw. c bezeichnet. F soll als "ist eine gerade Zahl", R als "ist kleiner als" interpretiert werden.
- (a) Definieren Sie die Wertzuweisungsfunktion V für alle Individuenkonstanten, Prädikate und Relationen des Sprachfragments.
 - (b) Bestimmen Sie den Wahrheitswert der Aussage
 - (i) $R(a, c)$
im Modell M, indem Sie Schritt für Schritt die Regeln für die Interpretation eines Ausdrucks A in einem Modell M ($\llbracket A \rrbracket^M$) anwenden.
 - (c) Übersetzen Sie die folgenden prädikatenlogischen Aussagen in umgangssprachliche Sätze (entsprechend dem Modell).
 - (i) $\exists x \forall y (F(y) \rightarrow y=x)$
 - (ii) $\neg \exists x R(x, c)$
 - (d) Welche der Aussagen aus (b) sind wahr in dem Modell, welche nicht?
- (13) Was ist der logische Typ des Verbs *schreiben*? Erläutern Sie die Gründe für Ihre Wahl. Braucht man u.U. mehrere logische Typen, um verschiedene Verwendungsformen des Verbs erfassen zu können?
- (14) Führen Sie für den folgenden Satz die semantische Komposition im typisierten λ -Kalkül vor. Dies beinhaltet folgende Schritte: (a) Bestimmen Sie den logischen Typ jedes Teilausdrucks; (b) ordnen Sie den Teilausdrücken unter Verwendung von λ -Abstraktion semantische Repräsentationen im Formalismus des λ -Kalküls zu; (c) zeigen Sie, wie die semantische Repräsentation des Satzes schrittweise durch λ -Konversion (d.h. funktionale Applikation) konstruiert werden. [Hinweis: Betrachten Sie *Logik* als eine Individuenkonstante.]
- (a) *Hans übt fleißig Logik.*
 - (b) *Ein Student arbeitet.*
 - (c) *Keine Studentin kennt Maria.*
- (15) Übersetzen Sie die folgenden Sätze in die Sprache der Temporallogik (Aussagenlogik mit Temporaloperatoren) und geben Sie seine Wahrheitsbedingungen im Stil der Semantik der Temporallogik an:
- (a) *Maria wird die Klausur bestehen.*
 - (b) *Anna stellte eine kluge Frage.*
 - (c) *Peter hält einen Vortrag.*
 - (d) *Hans hatte die Hausaufgaben bearbeitet.*
 - (e) *Tanja wird die Lösung gefunden haben.*

- (16) Stellen Sie die möglichen zeitlichen Relationen zwischen der Zeit der Vorlesung (t_1) und Peters Anwesenheit im Hörsaal (t_2) mittels der Allenschen Relationen zwischen vollständigen Intervallen sowie mittels Freksas Semi-Intervallen dar:
- (a) *Peter war nach der Vorlesung (noch) im Hörsaal.*
- (17) Geben Sie für die folgenden Ausdrücke der beschreibungslogischen Sprache ALC Übersetzungen in die Sprache der Prädikatenlogik 1. Stufe an:
- (a) $C \sqcap D$
 (b) $C \equiv D$
 (c) $\exists R.C$
 (d) $\forall R.\neg C$
- (18) Übersetzen Sie die folgenden natürlichsprachlichen Prädikate in die Sprache der Beschreibungslogik (Sie brauchen hierzu eine DL-Sprache mit Number Restrictions, also z.B. ALCN):
- (a) *Mutter mit Kindern* [i.S.v. „Mutter, die mehrere Kinder hat“]
 (b) *Mutter mit Tochter* [i.S.v. „Mutter, die eine Tochter hat“]
 (c) *Mutter nur mit Söhnen* [i.S.v. „Mutter, die ausschließlich Söhne, davon aber mehrere, hat“]
- (19) In Beschreibungslogiken wird der Test auf das Vorliegen von Subsumption zwischen zwei Konzepten C und D, also die Erfüllbarkeit des Ausdrucks $C \sqsubseteq D$, i.d.R. auf den Nachweis der Unerfüllbarkeit des Ausdrucks $C \sqcap \neg D$ zurückgeführt.
- (a) Definieren Sie die logischen Eigenschaften Erfüllbarkeit und Unerfüllbarkeit.
 (b) Geben Sie an, durch welche bekannten aussage- bzw. prädikatenlogischen (Äquivalenz-)Theoreme dieses Verfahren legitimiert ist.

Viel Spaß beim Üben!

Zur Vorbereitung der Abschlussklausur empfehle ich dringend die Teilnahme am Tutorium. Daneben haben sich in früheren Semestern selbstorganisierte kleine Übungsgruppen bewährt.

Und denken Sie daran, zur Klausur einen Stift, ausreichend Papier sowie einen Ausdruck des Überblicks über die Schlussregeln des KNS (also der Datei "Logik Herweg 2015_16 03c ...", die Sie ja in der Klausur verwenden dürfen) mitzubringen.